

仮想難関大【微積分～分数関数～】

関数 $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ について、次の問に答えよ。

- (1) $y=f(x)$ のグラフを凹凸まで調べてかけ。
- (2) c を定数とし、 $y=f(x)$ と $y=c$ が相異なる交点 A, B をもつときを考える。線分 AB の中点を M としたとき、 c の値に関わらず、 M は曲線 $y = \frac{1}{x}$ 上にあることを証明せよ。
- (3) c を定数とし、 $y=f(x)$ と $y=c$ が相異なる交点 A, B をもつとき、 $y=f(x)$ と $y=c$ で囲まれた部分の面積は c の値に関わらず、曲線 $y = \frac{1}{x}$ によって 2 等分されることを証明せよ。