

仮想難関大【複素数における漸化式と極限】

n を正の整数とする。複素数 z_1, z_2, \dots を

$$z_1 = a + bi \quad (a > 0, b > 0)$$

$$z_{n+1} = z_n + \frac{1}{2} \overline{z_n}$$

で定める。ただし、 $\overline{\alpha}$ は α の共役な複素数を表す。

$z_n = r_n (\cos \theta_n + i \sin \theta_n)$ とおくと、次の問いに答えよ。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta_n = 0$ であること、及び $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n$ は発散することを証明せよ。

(2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \theta_{n+1}}{\sin \theta_n}$ を求めよ。

(3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r_{n+1}}{r_n}$ を求めよ。

< 自作 >