

## オイラーの無限積 ヴィエトの公式

---

実数  $x$  および自然数  $n$  に対して

$$a_n = \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2^2} \cdots \cos \frac{x}{2^n}$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1)  $x$  の値を決めると、 $2^n a_n \sin \frac{x}{2^n}$  の値は、 $n$  の値と無関係に一定で

あることを証明せよ。

(2)  $\log |a_n|$  を  $x$  で微分することにより、 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2^n} \tan \frac{\pi}{2^n} = \frac{1}{\pi}$  を証明

せよ。

< '05 名古屋大 >