

定積分と不等式評価5 【 e の無限級数表示】

数列 $\{a_n\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を $a_n = \frac{1}{n!} \int_0^1 t^n e^{-t} dt$ で定める。

ここで e は自然対数の底とする。

(1) $0 \leq \int_0^1 t^n e^{-t} dt \leq 1 - e^{-1}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を示せ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ を示せ。

(3) $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{(n+1)!e}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を示せ。

(4) $e = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ を示せ。

< '04 高知大 >