

## 定積分と不等式評価4

---

### 【復習用問題】

自然数  $n$  に対し, 定積分  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+1} dx$  を与える。このとき, 次の問に答えよ。

(1)  $I_n + I_{n+2} = \frac{1}{n+1}$  を示せ。

(2)  $0 \leq I_{n+1} \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$  を示せ。

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n I_n$  を求めよ。

(4)  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{2k}$  とする。このとき (1), (2) を用いて,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ。

< '18 名古屋大 >