

### 定積分と不等式評価3【ライプニッツ級数その2】

---

自然数  $n$  ( $n > 3$ ) について, 関数  $f_n(x)$  が

$$f_n(x) = \frac{1}{1+x^2} - 1 + x^2 - x^4 + x^6 - \cdots + (-1)^{n+1} x^{2n}$$

を満たしている。このとき, 次の問に答えよ。

- (1)  $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$  を求めよ。
- (2)  $\int_0^1 |f_n(x)| dx < \frac{1}{2n+3}$  が成り立つことを示せ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{(-1)^n}{2n+1} \right\} = \frac{\pi}{4}$  であることを証明せよ。

< '06 名古屋市立大 >