

## 円柱と円錐の共通部分の体積

---

$xyz$  空間において、平面  $z=0$  上の原点を中心とする半径 2 の円を底面とし、点  $(0, 0, 1)$  を頂点とする円錐を  $A$  とする。次に、平面  $z=0$  上の点  $(1, 0, 0)$  を中心とする半径 1 の円を  $H$ 、平面  $z=1$  上の点  $(1, 0, 1)$  を中心とする半径 1 の円を  $K$  とする。 $H$  と  $K$  を 2 つの底面とする円柱を  $B$  とする。

また、円錐  $A$  と円柱  $B$  の共通部分を  $C$  とする。

$0 \leq t \leq 1$  を満たす実数  $t$  に対し、平面  $z=t$  による  $C$  の切り口の面積を  $S(t)$  とおく。

- (1)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  とする。  $t=1-\cos\theta$  のとき、 $S(t)$  を  $\theta$  を用いて表せ。
- (2)  $C$  の体積を求めよ。

< '03 東京大 >