

内積と面積

三角形 ABC において,

$$a = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}, \quad b = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}, \quad c = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$$

とおく。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $abc = 0$ のとき, 三角形 ABC はどのような三角形となるか。
- (2) $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ のとき, 三角形 ABC はどのような三角形となるか。
- (3) 三角形 ABC の面積は $\frac{1}{2}\sqrt{ab+bc+ca}$ であることを証明せよ。

<'85 東北大>