

## チェビシエフの多項式5

---

多項式の列  $f_n(x)$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) が

$f_0(x)=2, f_1(x)=x, f_n(x)=xf_{n-1}(x)-f_{n-2}(x)$  ( $n=2, 3, 4, \dots$ )  
を満たすとする。

- (1)  $f_n(2\cos\theta)=2\cos n\theta$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) であることを示せ。
- (2)  $n \geq 2$  のとき, 方程式  $f_n(x)=0$  の  $|x| \leq 2$  における最大の実数解を  $x_n$  とおく。このとき,  $\int_{x_n}^2 f_n(x) dx$  の値を求めよ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \int_{x_n}^2 f_n(x) dx$  の値を求めよ。

< '04 名古屋大 >