

チェビシエフの多項式4

次の連立方程式を考える。

$$(*) \begin{cases} y = 2x^2 - 1 \\ z = 2y^2 - 1 \\ x = 2z^2 - 1 \end{cases}$$

(1) $(x, y, z) = (a, b, c)$ が $(*)$ の実数解であるとき,

$$|a| \leq 1, |b| \leq 1, |c| \leq 1$$

であることを示せ。

(2) $(*)$ は全部で8組の相異なる実数解をもつことを示せ。

< '97 京都大 >