

ペル方程式1

次の問いに答えよ。

- (1) p, q, r, s を整数とする。このとき、 $p+q\sqrt{2}=r+s\sqrt{2}$ が成り立つならば $p=r, q=s$ となることを示せ。
ここで、 $\sqrt{2}$ が無理数であることは使ってよい。
- (2) 自然数 n に対し、 $(3+2\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$ を満たす整数 a_n, b_n が存在することを数学的帰納法により示せ。
- (3) a_n, b_n を(2)のものとする。このとき、すべての自然数 n について $(x, y) = (a_n, b_n)$ は方程式 $x^2 - 2y^2 = 1$ の解であることを数学的帰納法により示せ。

< '10 三重大 >